VNUHCM Journal of Engineering and Technology 2026, 9(3): 3198-3215

Open Access Full Text Article

ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP RBF-FDTD CHO VIỆC PHÂN TÍCH MÔ HÌNH QUÁ ĐỘ ĐƯỜNG DÂY TRUYỀN TẢI TỔN HAO

Vũ Đức Quang*, Nguyễn Xuân Bình, Nguyễn Nhật Nam, Vũ Phan Tú

Use your smartphone to scan this QR code and download this article

TÓM TẮT

Bài báo trình bày một phương pháp mô phỏng mới cho bài toán quá độ điện từ trên đường dây truyền tải có tổn hao, dựa trên việc kết hợp kỹ thuật sai phân hữu hạn miền thời gian với hàm bán kính cơ sở (RBF-FDTD). Phương pháp này khắc phục hạn chế của FDTD truyền thống vốn dựa trên khai triển chuỗi Taylor, bằng cách sử dụng các hàm RBF để xây dựng toán tử sai phân linh hoạt và có độ chính xác cao hơn. Một giải thuật mới được đề xuất nhằm lựa chọn tham số hình dạng tối ưu của RBF, giúp cân bằng giữa độ chính xác, ổn định số và hiệu quả tính toán. Thuật toán dựa trên việc cực tiểu hóa sai số cục bộ thông qua ma trận trọng số và khai triển Taylor, cho phép xác định giá trị tham số hình dạng mà không cần lời giải chính xác để tham chiếu. Phương pháp RBF-FDTD được kiểm chứng qua nhiều mô hình đường dây với các điều kiện tải khác nhau, bao gồm tải thuần trở, tải RC song song, tải RL và tải RLC song song. Kết quả mô phỏng cho thấy phương pháp tái hiện chính xác dạng sóng quá độ, bám sát nghiệm tham khảo về biên độ, thời điểm phản xạ và đặc tính cộng hưởng, đồng thời duy trì tính ổn định số trong điều kiện có tổn hao. So với FDTD truyền thống, RBF-FDTD thể hiện ưu thế rõ rệt trong mô phỏng các mô hình không đồng nhất hoặc chứa phần tử phân bố, nơi yêu cầu độ chính xác cao trong xấp xỉ đạo hàm. Những kết quả đạt được khẳng định tiềm năng của RBF-FDTD như một công cụ mạnh mẽ và hiệu quả cho phân tích quá độ trong hệ thống điện, đồng thời mở ra khả năng ứng dụng cho các cấu trúc phức tạp hơn như mạng truyền tải nhiều nhánh, hệ thống nối đất và các hiện tượng quá độ do sét.

Từ khoá: Quá độ điện, đường dây truyền tải tổn hao, phương pháp sai phân hữu hạn miền thời gian (FDTD), phương pháp RBF-FDTD, hàm bán kính cơ sở (RBF)

GIỚI THIỆU

Các dạng sóng quá độ của dòng điện và điện áp xuất hiện trên đường dây truyền tải trên không do các hiện tượng như sét đánh, sự cố ngắn mạch hay thao tác đóng cắt[1–4]. Những sóng quá độ này lan truyền dọc theo đường dây và tác động đến các thiết bị điện được nối vào hệ thống, bao gồm máy biến áp, máy phát điện, máy cắt và dàn tụ bù. Tùy thuộc vào thời gian tồn tại và biên độ đỉnh, chúng có thể gây hư hỏng nghiêm trọng cho cách điện, thiết bị, đồng thời làm gián đoạn việc cung cấp điện. Vì vậy, một trong những nhiệm vụ quan trọng của công tác vận hành đường dây truyền tải trên không và thiết kế cách điện kinh tế là mô phỏng chính xác các dạng sóng quá độ này.

Trong những năm gần đây, nhiều phương pháp số tiên tiến[5] đã được phát triển và ứng dụng rộng rãi để giải các phương trình vi phân riêng phần (PDE) và phương trình vi phân thường (ODE) trong nhiều lĩnh vực khoa học – kỹ thuật. Đối với các bài toán quá độ điện từ, các phương trình thường được giải trực tiếp bằng những kỹ thuật rời rạc hóa miền thời gian phổ biến như phương pháp sai phân hữu hạn trong miền thời gian (FDTD)[6,7], phương pháp phần tử hữu hạn miền thời gian (FETD)[8,9], phương pháp đường thẳng (MoL)[10,11], phương pháp truyền đường (TLM)[12] hay biến đổi wavelet[13–15]. Các phương pháp này đã chứng minh được tính ổn định, hiệu quả và độ chính xác cao trong việc tìm nghiệm số của các PDE phụ thuộc thời gian.

Trường Đại học Bách khoa, Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh, Việt Nam

Liên hệ

Vũ Đức Quang, Trường Đại học Bách khoa, Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh, Việt Nam

Email: vdquang.sdh221@hcmut.edu.vn

Lịch sử

- Ngày nhận: 13-10-2025
- Ngày chấp nhận: 10-03-2026
- Ngày chỉnh sửa: 26-03-2026
- Ngày đăng: 21-08-2026

DOI : https://doi.org/10.32508/vnuhcmj-et.v9i3.1550

Check for updates

Bản quyền

© Tạp chí ĐHQG Tp.HCM. Đây là bài báo công bố mở được phát hành theo các điều khoản của the Creative Commons Attribution 4.0 International license.

Trích dẫn bài báo này: Quang V D, Bình N X, Nam N N, Tú V P. **ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP RBF-FDTD CHO VIỆC PHÂN TÍCH MÔ HÌNH QUÁ ĐỘ ĐƯỜNG DÂY TRUYỀN TẢI TỔN HAO**. *VNUHCM J. Eng. Technol. 2026; 9(3): 3198-3215.*

Trong số đó, FDTD được xem là một trong những phương pháp đơn giản nhất về mặt toán học, nhờ khả năng xấp xỉ đạo hàm theo thời gian và không gian trong cùng một bước tính. Phương pháp này cho phép giải PDE thông qua các sơ đồ ma trận hoặc quy trình lặp, và do đó được ứng dụng rộng rãi trong mô phỏng điện từ. Ngược lại, phương pháp MoL xử lý PDE theo hai giai đoạn: (i) xấp xỉ đạo hàm không gian bằng các biểu thức đại số (tương tự phương pháp sai phân hữu hạn) để chuyển PDE thành hệ ODE bán rời rạc theo biến thời gian, và (ii) giải hệ ODE này bằng phép tích phân theo thời gian.

Khác với hai phương pháp trên, FETD được xây dựng dựa trên nguyên lý phần tử hữu hạn, trong đó nghiệm được mô tả bởi các hàm xấp xỉ cục bộ trên từng phần tử, mang lại tính linh hoạt cao trong mô hình hóa hình học phức tạp.

Trong khi đó, TLM tiếp cận bài toán từ góc nhìn vật lý: thay vì xấp xỉ nghiệm toán học, phương pháp mô phỏng hiện tượng điện từ bằng một mạng điện tương đương gồm các phần tử tập trung, cho phép mô phỏng hiệu quả quá trình lan truyền tín hiệu trong các cấu trúc điện phức tạp.

Gần đây, wavelet nổi lên như một công cụ mạnh trong giải các bài toán vi phân, nhờ khả năng biểu diễn tín hiệu cục bộ và hiệu quả tính toán cao. Phương pháp này đã được ứng dụng trong phân tích quá độ điện từ, hiện tượng biên và các thiết bị bán dẫn[13].

Bên cạnh đó, các phương pháp không lưới (meshless), đặc biệt là phương pháp hàm bán kính cơ sở (RBF – Radial Basis Function) đã trở thành một hướng nghiên cứu năng động trong thập kỷ qua[16–20]. Các phương pháp này thường mang lại độ chính xác cao hơn so với các kỹ thuật số cổ điển, nhờ đó thu hút được sự quan tâm ngày càng lớn trong cộng đồng nghiên cứu PDE.

Một số mở rộng đáng chú ý là phương pháp vi phân bình phương kết hợp hàm bán kính cơ sở (RBF-DQ - Radial Basis Function - Differential Quadrature)[21] và phương pháp vi phân hữu hạn kết hợp hàm bán kính cơ sở (RBF-FD - Radial Basis Function - Finite Difference)[22–25], đã được áp dụng cho các bài toán 1-D và 2-D. Tuy nhiên, việc ứng dụng các biến thể RBF này cho các bài toán phụ thuộc thời gian, đặc biệt trong phân tích quá độ điện, vẫn còn hạn chế.

Trong nghiên cứu này, chúng tôi phát triển phương pháp RBF-FDTD, trong đó các đạo hàm bậc nhất và bậc hai theo thời gian và không gian được xấp xỉ bằng các hàm RBF dạng MQ, IQ, IMQ và GA. Phương pháp được xây dựng dựa trên cơ sở lý thuyết phương pháp vi phân hữu hạn đa bình phương (MQ-FD - Multiquadric Finite Difference) trong miền không gian được trình bày trong[25], và được áp dụng để mô phỏng dạng sóng quá độ trên mạch điện, đường dây truyền tải và phân phối điện áp cao trong miền thời gian[26].

Một yếu tố then chốt trong việc áp dụng RBF là lựa chọn tham số hình dạng (shape parameter), yếu tố ảnh hưởng trực tiếp đến độ chính xác và tính ổn định số của nghiệm. Cho đến nay, việc xác định giá trị tối ưu của tham số này vẫn là một vấn đề mở. Nhằm nâng cao độ chính xác tính toán, nghiên cứu này áp dụng thuật toán chọn tham số hình dạng tối ưu được đề xuất bởi Victor Bayona và cộng sự[27], dựa trên việc cực tiểu hóa sai số xấp xỉ trong phương pháp RBF-FDTD.

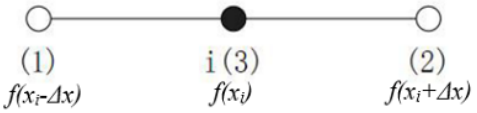
TỔNG QUAN VỀ PHƯƠNG PHÁP RBF-FDTD

Phương pháp RBF-FDTD

Phương pháp RBF–FDTD (Radial Basis Function – Finite Difference Time Domain) là một sự kết hợp giữa phương pháp sai phân hữu hạn trong miền thời gian (FDTD) truyền thống và hàm bán kính cơ sở (RBF). Do xuất phát từ nguyên lý không lưới (mesh-free) – một hướng tiếp cận mới có tiềm năng tạo ra bước tiến lớn trong tính toán số hiện đại – phương pháp RBF sở hữu nhiều ưu điểm nổi bật như: độ chính xác cao, thời gian tính toán ngắn do ma trận trọng số có dạng sẵn và độc lập với quá trình tính toán, cùng với cấu trúc ma trận đơn giản, dễ quản lý và có thể linh hoạt điều chỉnh tùy theo từng bài toán cụ thể. Nhờ những đặc tính đó, RBF ngày càng được quan tâm và ứng dụng rộng rãi trong việc xấp xỉ đạo hàm và giải các phương trình vi phân riêng phần (PDEs).

Phương pháp RBF-FDTD được đề xuất bởi chúng tôi trong[26] yêu cầu phải tìm 2 hệ số hình dạng tối ưu c_x cho miền không gian và c_t cho miền thời gian. Hai hệ số này được tìm bằng phương pháp xấp xỉ, sao cho sai số giữa kết quả điện áp cảm ứng với lời giải chính xác là nhỏ nhất. Điều này dẫn đến yêu cầu phải có lời giải chính xác làm tham chiếu, đồng thời thời gian và tài nguyên tính toán cần thiết để tìm đồng thời hai hệ số hình dạng tối ưu là rất lớn. Do đó, trong bài báo này, chúng tôi đề xuất một cách tiếp cận mới cho phương pháp RBF-FDTD: chỉ sử dụng hàm RBF để xấp xỉ các đạo hàm không gian, đồng thời đưa ra một giải thuật xác định hệ số hình dạng c_x.

Triển khai phương trình trên cho sơ đồ ba điểm cách đều $x_i - \Delta x, x_i$, và $x_i + \Delta x$ trong không gian 1 chiều như trên Hình 1, tổng quát các biểu thức gần đúng RBF của đạo hàm bậc một và bậc hai được viết như sau:



Hình 1. Mô hình 3 điểm cho xấp xỉ sai phân [Nguồn: Nhóm tác giả].

Hàm $f(x)$ có vi phân cấp k tại nút x_j được tính theo các hàm RBF như sau:

$$\frac{d^k f}{dx^k}(x_j) \approx \sum_{i=1}^{N} w_{j,i}{}^{(k)} f(x_i) \; với \; j = 1,2,\dots,N \tag{1}$$

Trong đó N là tổng số điểm lưới, $f(x_i)$ là giá trị của hàm f tại điểm lưới x_i và $w_{j,i}{}^{(k)}$ là các hệ số trọng số gắn với đạo hàm bậc m tại điểm x_j và được tính bằng cách sử dụng nội suy RBF. Triển khai công thức trên cho sơ đồ ba điểm cách đều $N = 3$ của

$x_i - \Delta x, x_i, x_i + \Delta x$ trong miền 1-D, viết được biểu thức tổng quát của xấp xỉ RBF-FD của đạo hàm cấp một và cấp hai như sau:

Đạo hàm cấp 1:

$$f'(x_i) \approx w_1^{(1)} f(x_i - \Delta x) + w_2^{(1)} f(x_i) + w_3^{(1)} f(x_i + \Delta x) \quad (2)$$

Đạo hàm cấp 2:

$$f''(x_i) \approx w_1^{(2)} f(x_i - \Delta x) + w_2^{(2)} f(x_i) + w_3^{(2)} f(x_i + \Delta x) \quad (3)$$

Hai phương trình tuyến tính (2) và (3) có thể được viết lại dưới dạng ma trận sau:

$$\mathbf{A} = \mathbf{\Psi} \boldsymbol{w}^{(1)} \quad (4)$$

và

$$\mathbf{B} = \mathbf{\Psi} \boldsymbol{w}^{(2)} \quad (5)$$

Với **A** là 1 vector [3 × 1] chứa các phần tử $f'\left(\left\| -x_j \right\|_2\right)$, và **B** cũng là 1 vector [3 × 1] chứa các phần tử của $f''\left(\left\| -x_j \right\|_2\right)$. Ma trận hệ thống **Ψ** [3 × 3] chứa các trọng số của $w_{i,j} = f\left(\left\| x_i - x_j \right\|_2\right)$. Do đó, các hệ số trọng số chưa biết trong (4) và (5) sẽ được tính toán theo công thức:

$$w^{(1)} = \mathbf{\Psi^{-1}} \mathbf{A} \quad (6)$$

và

$$w^{(2)} = \mathbf{\Psi^{-1}} \mathbf{B} \quad (7)$$

Có thể nhận thấy rằng bằng cách sử dụng các hàm GA, MQ, IQ và IMQ, như được trình bày trong Bảng 1 cho hàm $\Phi\left(\left\| -x_j \right\|_2\right)$, ta sẽ tìm các hệ số chưa biết của $\left(w^{(1)GA}, w^{(2)GA}\right)$, $\left(w^{(1)MQ}, w^{(2)MQ}\right)$, $\left(w^{(1)IQ}, w^{(2)IQ}\right)$, $\left(w^{(1)MQ}, w^{(2)MQ}\right)$. Phần tính toán tham khảo cho hàm GA được trình bày tiếp sau đây, các dạng hàm MQ, IQ và IMQ được tính toán tương tự.

Bảng 1: Các dạng hàm RBF [28]

Kiểu hàm RBF	Biểu thức
GA (Gaussians)	$e^{-\frac{(\Delta)^2}{c^2}}$
IMQ (Inverse Multiquadrics)	$\frac{1}{\sqrt{(\Delta)^2 + c^2}}$
IQ (Inverse Quadrics)	$\frac{1}{(\Delta)^2 + c^2}$
MQ (Multiquadrics)	$\sqrt{(\Delta)^2 + c^2}$

Δ: khoảng cách từ nút x_j đến điểm lân cận x_i, c: hệ số hình dạng tối ưu.

Với công thức hàm GA được trình bày trong Bảng 1, đạo hàm bậc nhất và bậc hai đối với biến x được trình bày như sau:

$$f'(x_i) = \frac{-2r}{c^2} e^{\frac{-r^2}{c^2}}, \tag{8}$$

$$f''(x_i) = \frac{2}{c^2}\left(\frac{2r^2}{c^2} - 1\right) e^{\frac{-r^2}{c^2}}. \tag{9}$$

Thế (8) vào (2), và (9) vào (3), tập trung tại ba điểm $x_i - \Delta x,\ x_i$, và $x_i + \Delta x$, ta thu được hai hệ phương trình tuyến tính được trình bày dưới dạng ma trận sau:

$$\begin{bmatrix} \frac{-2\Delta x}{c^2} e^{\frac{-\Delta x^2}{c^2}} \\ 0 \\ \frac{2\Delta x}{c^2} e^{\frac{-\Delta x^2}{c^2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & e^{\frac{-\Delta x^2}{c^2}} & e^{\frac{-4\Delta x^2}{c^2}} \\ e^{\frac{-\Delta x^2}{c^2}} & 1 & e^{\frac{-\Delta x^2}{c^2}} \\ e^{\frac{-4\Delta x^2}{c^2}} & e^{\frac{-\Delta x^2}{c^2}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1^{(1)GA} \\ w_2^{(1)GA} \\ w_3^{(1)GA} \end{bmatrix}, \tag{10}$$

và

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{c^2}\left(\frac{2\Delta x^2}{c^2} - 1\right) e^{\frac{-\Delta x^2}{c^2}} \\ \frac{-2}{c^2} \\ \frac{2}{c^2}\left(\frac{2\Delta x^2}{c^2} - 1\right) e^{\frac{-\Delta x^2}{c^2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & e^{\frac{-\Delta x^2}{c^2}} & e^{\frac{-4\Delta x^2}{c^2}} \\ e^{\frac{-\Delta x^2}{c^2}} & 1 & e^{\frac{-\Delta x^2}{c^2}} \\ e^{\frac{-4\Delta x^2}{c^2}} & e^{\frac{-\Delta x^2}{c^2}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1^{(2)GA} \\ w_2^{(2)GA} \\ w_3^{(2)GA} \end{bmatrix} \tag{11}$$

Ta có thể viết lại phương trình (10) và (11) như sau

$$\mathbf{A}_{GA} = \mathbf{\Psi}_{GA} \boldsymbol{w}^{(1)GA} \tag{12}$$

và

$$\mathbf{B}_{GA} = \mathbf{\Psi}_{GA} \boldsymbol{w}^{(2)GA} \tag{13}$$

Các hệ số trọng số chưa biết trong phương trình (12) và (13) sẽ được tính theo công thức:

$$\boldsymbol{w}^{(1)GA} = \mathbf{\Psi}_{GA}^{-1} \mathbf{A}_{GA}, \tag{14}$$

$$\boldsymbol{w}^{(2)GA} = \mathbf{\Psi}_{GA}^{-1} \mathbf{B}_{GA}. \tag{15}$$

Áp dụng các quy trình tính toán trên tươngtự cho các hàm MQ, IQ và IMQ, ta có thể tìm thấy các hệ số trọng số chưa biết của $\left(w^{(1)MQ}, w^{(2)MQ}\right)$, $\left(w^{(1)IQ}, w^{(2)IQ}\right)$ và $\left(w^{(1)IMQ}, w^{(2)IMQ}\right)$.

Sau khi đã tính được các trọng số $w_i^{(k)}$, ta tính xấp xỉ đạo hàm riêng bậc 1 và bậc 2 của $V(x,t)$ theo x tại điểm $\left(x_i, t_j\right)$ như sau:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = w_3^{(1)}(\Delta x, c_x)\left(V_{i+1}^j - V_{i-1}^j\right) \tag{16}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = w_3^{(2)}(\Delta x, c_x) V_{i+1}^j - w_1^{(2)}(\Delta x, c_x) V_{i-1}^j + w_2^{(2)}(\Delta x, c_x) V_i^j \tag{17}$$

Tương tự ta xấp xỉ đạo hàm riêng bậc 1 và bậc 2 của $I(x,t)$ theo x tại điểm (x_i, t_i) như sau:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = w_3^{(1)}(\Delta x, c_x)\left(I_{i+1}^j - I_{i-1}^j\right) \tag{18}$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = w_3^{(2)}(\Delta x, c_x)I_{i+1}^j - w_1^{(2)}(\Delta x, c_x)I_{i-1}^j + w_2^{(2)}(\Delta x, c_x)I_i^j \tag{19}$$

Thuật toán tìm hệ số hình dạng tối ưu c

Trong trường hợp có kết quả chính xác để tham chiếu, phương pháp tìm hệ số hình dạng tối ưu c thường được sử dụng là xấp xỉ giá trị c sao cho sai số là nhỏ nhất[29]:

$$\|E(c^*)\|_\infty = min_c\|E(c^*)\|_\infty = min_c\|u - u(c)\|_\infty \tag{20}$$

với u là lời giải chính xác và $u(c)$ là lời giải RBF.

Tuy nhiên, trong các bài toán thực tế, giá trị c không thể tính được từ công thức trên vì không có kết quả chính xác để tham chiếu. Do đó, [27] đã đề xuất một phương pháp khác để xấp xỉ giá trị c như sau:

$$\|E(c^*)\|_\infty = min_c\|P^{-1}(c)\epsilon(c)\|_\infty \tag{21}$$

với $P(c)$ là ma trận thưa $NX \times NX$ có các phần tử là các trọng số $w_i^{(k)}$ và $\epsilon(c) = u'RBF - u'FDTD$ là sai số cục bộ.

Ma trận trọng số *P(c)*

Tổng quát, phương trình đường dây đường dây dài có tổn hao được trình bày như sau:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial I(x,t)}{\partial x} = G(x,t)V(x,t) + C(x,t)\dfrac{\partial I(x,t)}{\partial t} \\ -\dfrac{\partial V(x,t)}{\partial x} = R(x,t)V(x,\mathrm{t}) + L(x,t)\dfrac{\partial V(x,t)}{\partial t} \end{cases} \tag{22}$$

Khai triển phương trình trên, ta thu được được:

$$\frac{\partial V(x,t)}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{G(x,t)}{C(x,t)}V(x,t) = -\frac{\partial I(x,t)}{\partial x}\frac{1}{C(x,t)} \tag{23}$$

Kết hợp với phương trình (17), ta có:

$$w_3^{(1)}\left(V_{i+1}^j - V_{i-1}^j\right)\frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{G(x,t)}{2C(x,t)}\left(V_{i+1}^j - V_{i-1}^j\right) = -\frac{\partial I(x,t)}{\partial x}\frac{1}{C(x,t)} \tag{24}$$

Từ đó, ma trận trọng số P là ma trận chứa các tham số của V theo phương trình (24) và sẽ có dạng được trình bày như sau:

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta x}{\Delta t}+\frac{G(x,t)}{2C(x,t)} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{w_3^{(1)}}{\Delta t}-\frac{G(x,t)}{2C(x,t)} & 0 & -\frac{w_3^{(1)}}{\Delta t}+\frac{G(x,t)}{2C(x,t)} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{w_3^{(1)}}{\Delta t}-\frac{G(x,t)}{2C(x,t)} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{w_3^{(1)}}{\Delta t}+\frac{G(x,t)}{2C(x,t)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{w_3^{(1)}}{\Delta t}-\frac{G(x,t)}{2C(x,t)} & 0 & -\frac{w_3^{(1)}}{\Delta t}+\frac{G(x,t)}{2C(x,t)} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{w_3^{(1)}}{\Delta t}-\frac{G(x,t)}{2C(x,t)} & 0 \end{bmatrix}$$

Sai số cục bộ $\epsilon(c)$

Khai triển Taylor của hàm $f(x)$ tại điểm x_0 có đạo hàm liên tục theo x:

$$f(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\frac{1}{2!}f''(x_0)(x-x_0)^2+\cdots+R_{n+1}(\xi) \quad (25)$$

Với $R_{n+1}(\xi)$ là số dư

Giả sử hàm $V_{(x,t)}$ có đạo hàm liên tục theo x,t đến cấp 4, ta có:

$$V(x_{i+1},t_j)=V(x_i+\Delta x,t_j)=V(x_i,t_j)+\Delta x\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{1}{2!}\Delta x^2\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{1}{3!}\Delta x^3\frac{\partial^3 V}{\partial x^3}+R_4(\xi) \quad (26)$$

$$V(x_{i-1},t_j)=V(x_i-\Delta x,t_j)=V(x_i,t_j)-\Delta x\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{1}{2!}\Delta x^2\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}-\frac{1}{3!}\Delta x^3\frac{\partial^3 V}{\partial x^3}+R_4(\xi) \quad (27)$$

Khi đó, $u'RBF$ kết hợp với công thức (17) sẽ được tính là:

$$u'_{RBF}=w_3^{(1)}[V(x_i+\Delta x)-V(x_i-\Delta x)]$$

$$=2w_3^{(1)}\left[V'(x_i)\Delta x+\frac{V^{(3)}(x_i)}{3!}\Delta x^3+\frac{V^{(5)}(x_i)}{5!}\Delta x^5\right] \quad (28)$$

Và $u'FDTD=V'(x_i)$.

Từ đó, sai số $\epsilon(c)$ được xác định như sau

$$\epsilon(c)=u'_{RBF}-u'_{FDTD}$$

$$=2w_3^{(1)}\left[V'(x_i)\Delta x+\frac{V^{(3)}(x_i)}{3!}\Delta x^3+\frac{V^{(5)}(x_i)}{5!}\Delta x^5\right]-V'(x_i) \quad (29)$$

ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP RBF-FDTD TÍNH ĐIỆN ÁP QUÁ ĐỘ TRÊN ĐƯỜNG DÂY

Phương pháp RBF-FDTD cho phương trình đường dây truyền tải

Xấp xỉ sai phân cho hệ phương trình đường dây dài tổn hao (22), ta thu được

$$\begin{cases} \frac{I_{x+1/2}^t-I_{x-1/2}^t}{\Delta x}=-GV_x^t-C\frac{V_x^{t+1/2}-V_x^{t-1/2}}{\Delta t} \\ \frac{V_{x+1}^{t+1/2}-V_x^{t+1/2}}{\Delta x}=-RI_{X+1/2}^{t+1/2}-L\frac{I_{x+1/2}^{t+1/2}-I_{x+1/2}^t}{\Delta t} \end{cases} \quad (30)$$

Lấy trung bình các giá trị theo thời gian:

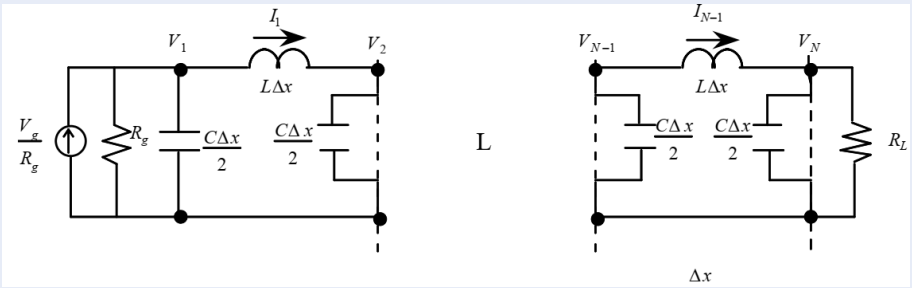
$$\begin{cases} \dfrac{I_{x+1/2}^{t}-I_{x-1/2}^{t}}{\Delta x}=-G\dfrac{V_{x}^{t+1/2}+V_{x}^{t-1/2}}{2}-C\dfrac{V_{x}^{t+1/2}-V_{x}^{t-1/2}}{\Delta t} \\ \dfrac{V_{x+1}^{t+1/2}-V_{x}^{t+1/2}}{\Delta x}=-R\dfrac{I_{x+1/2}^{t+1}+I_{x+1/2}^{t}}{2}-L\dfrac{I_{x+1/2}^{t+1/2}-I_{x+1/2}^{t}}{\Delta t} \end{cases} \quad (31)$$

Hệ phương trình (31) được viết lại như sau:

$$\begin{cases} V_{x}^{t+1/2}=\left[\dfrac{\frac{C}{\Delta t}-\frac{G}{2}}{\frac{C}{\Delta t}+\frac{G}{2}}\right]V_{x}^{t-1/2}-\left[\dfrac{1}{\frac{C}{\Delta t}+\frac{G}{2}}\right]\dfrac{I_{x+1/2}^{t}-I_{x-1/2}^{t}}{\Delta x} \\ I_{x+1/2}^{t+1}=\left[\dfrac{\frac{L}{\Delta t}-\frac{R}{2}}{\frac{L}{\Delta t}+\frac{R}{2}}\right]I_{x+1/2}^{t}-\left[\dfrac{1}{\frac{L}{\Delta t}+\frac{R}{2}}\right]\dfrac{V_{x+1}^{t+1/2}-V_{x}^{t-1/2}}{\Delta x} \end{cases} \quad (32)$$

Điều kiện biên

Trong phần này, chúng tôi sẽ tính toán điều kiện biên theo các dạng mô hình tải R_L và nguồn V_g, R_g chính xác bậc hai cho đường truyền như trên Hình 2.



Hình 2. Mô hình tải và nguồn chính xác bậc hai cho đường truyền có độ dài hữu hạn [29].

Áp dụng định luật Kirchhoff cho Hình 2. tại nút 1, ta có

$$\frac{V_g^t}{R_g}=I_1^t+\frac{C\Delta x}{2}\frac{\partial V_1^t}{\partial t}+\frac{V_1^t}{R_g}$$

$$\rightarrow \frac{V_g^{t+1/2}+V_g^{t-1/2}}{2R_g\Delta x}=\frac{I_1^t}{\Delta x}+C\frac{V_1^{t+1/2}+V_1^{t-1/2}}{2\Delta \mathrm{t}}+\frac{V_1^{t+1/2}+V_1^{t-1/2}}{2R_g\Delta x} \quad (33)$$

Sắp xếp lại, ta được:

$$V_1^{t+1/2}=\left[\frac{R_g\frac{C\Delta x}{2\Delta \mathrm{t}}-\frac{1}{2}}{R_g\frac{C\Delta x}{2\Delta \mathrm{t}}+\frac{1}{2}}\right]V_1^{t-1/2}-\left[\frac{1}{R_g\frac{C\Delta x}{2\Delta \mathrm{t}}+\frac{1}{2}}\right]\left[R_gI_1^t-\frac{V_g^{t+\frac{1}{2}}+V_g^{t-\frac{1}{2}}}{2}\right] \quad (34)$$

Tương tự cho phía cuối đường dây (phụ tải):

$$V_X^{t+1/2}=\left[\frac{R_L\frac{C\Delta x}{2\Delta \mathrm{t}}-\frac{1}{2}}{R_L\frac{C\Delta x}{2\Delta \mathrm{t}}+\frac{1}{2}}\right]V_X^{t-1/2}-\left[\frac{1}{R_L\frac{C\Delta x}{2\Delta \mathrm{t}}+\frac{1}{2}}\right]R_LI_1^t \quad (35)$$

Kết hợp với các hệ số hàm RBF

Trong các trường hợp hệ số R và G của đường dây bằng 0, do đó, phương trình đường dây rút gọn thành:

$$V_x^{t+\frac{1}{2}} = V_x^{t-\frac{1}{2}} - \Delta t \frac{I^t_{x+\frac{1}{2}} - I^t_{x-\frac{1}{2}}}{C\Delta x} \quad (36)$$

$$I^{t+1}_{x+\frac{1}{2}} = I^t_{x+\frac{1}{2}} - \Delta t \frac{V_x^{t+\frac{1}{2}} - V_x^{t-\frac{1}{2}}}{L\Delta x} \quad (37)$$

Đặt $k_x = w_3^{(1)}$, với $w_3^{(1)}$là hệ số của các hàm GA, MQ, IQ hoặc IMQ, khi đó phương trình biến đổi thành

$$V_x^{t+\frac{1}{2}} = V_x^{t-\frac{1}{2}} - 2\Delta t \frac{I^t_{x+\frac{1}{2}} - I^t_{x-\frac{1}{2}}}{Ck_x} \quad (38)$$

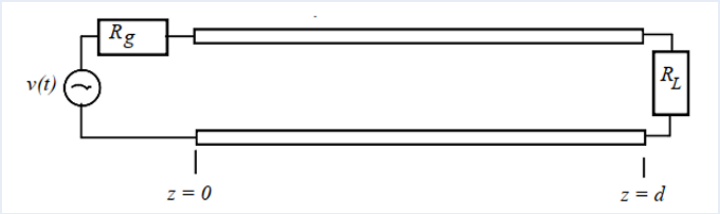
$$I^{t+1}_{x+\frac{1}{2}} = I^t_{x+\frac{1}{2}} - 2\Delta t \frac{V_x^{t+\frac{1}{2}} - V_x^{t-\frac{1}{2}}}{Lk_x} \quad (39)$$

KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

Trường hợp 1

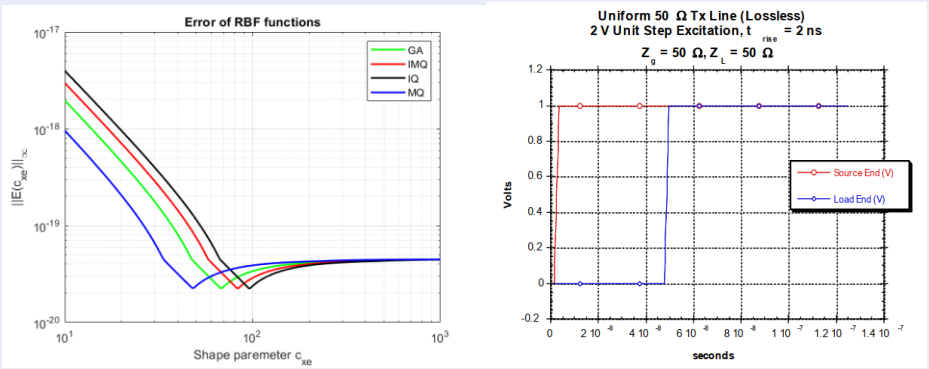
Mô phỏng cho mô hình mạch đơn giản như Hình 3., với các thông số như sau:

- $C = 100\ \rho F/m\ ;\ L = \ 250\ nH/m\ ;\ d = 10m;$
- $v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2 \times 10^8 m/s\ ;\ v(t) = 2u(t)$
- $Z_g = 50\Omega\ ;\ Z_L = 50\Omega$ (Ví dụ 1) và $Z_g = 100\Omega\ ;\ Z_L = 20\Omega$ (Ví dụ 2)

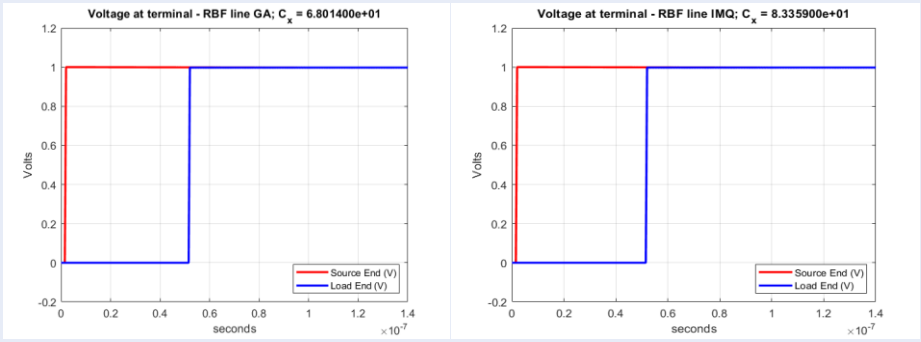


Hình 3: Mô hình đường dây tổn hao với tải thuần trở R[29].

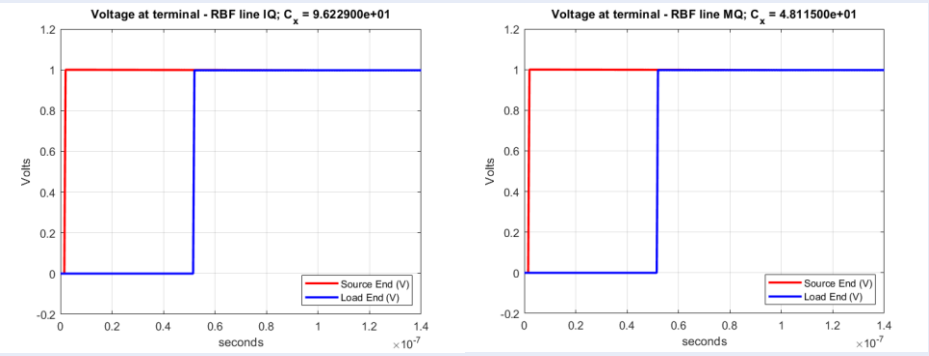
Kết quả tính toán điện áp đầu và cuối đường dây cho Trường hợp 1 như trên Hình 3.



(a) (b)

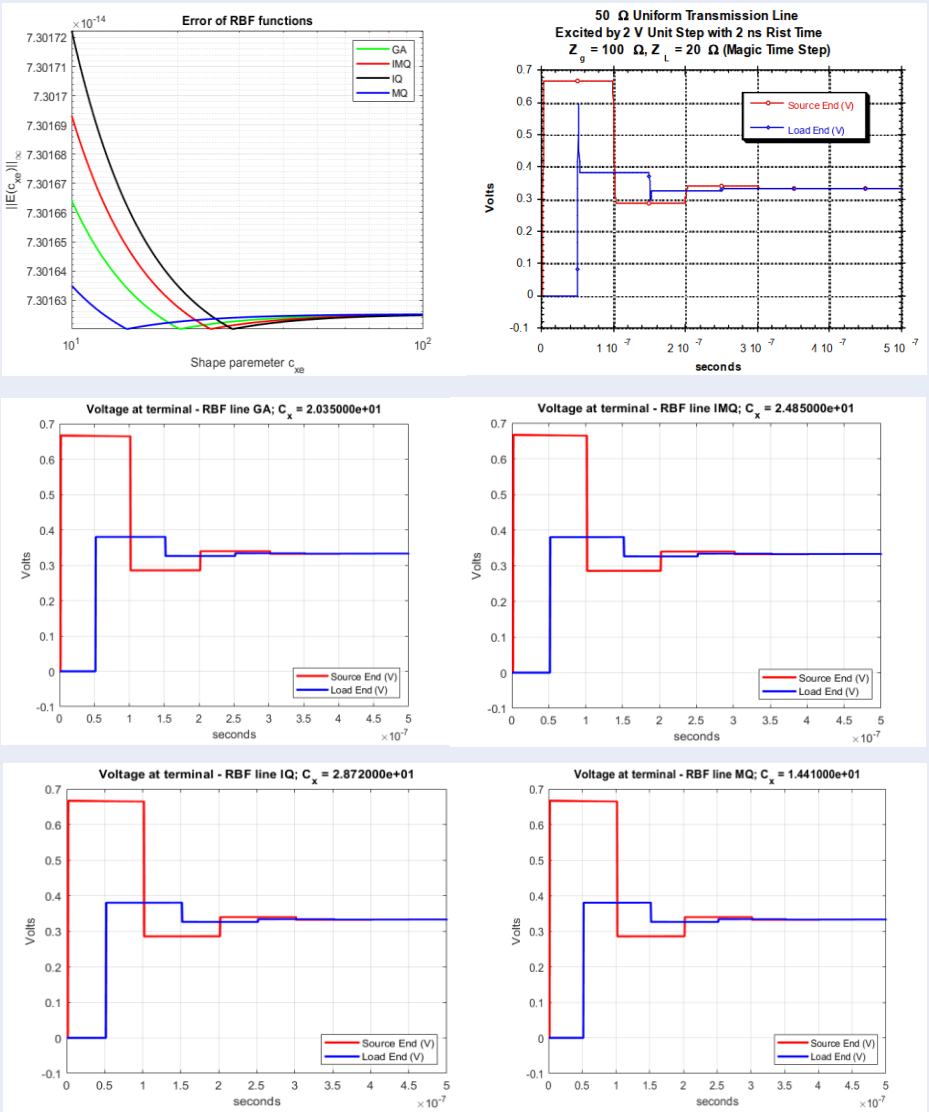


(c) (d)



(e) (f)

Hình 4: Kết quả điện áp tại đầu và cuối đường dây, $Z_g = 50\Omega$; $Z_L = 50\Omega$: (a) Sai số của các hàm RBF [Nguồn: Nhóm tác giả]; (b) Kết quả tham khảo trong[29]; Kết quả từ lời giải RBF-FDTD mô phỏng bằng MATLAB với (c) Hàm GA, (d) Hàm IMQ, (e) Hàm IQ, (f) Hàm MQ [Nguồn: Nhóm tác giả].



Hình 5: Kết quả điện áp tại đầu và cuối đường dây, $Z_g = 100\Omega$; $Z_L = 20\Omega$: (a) Sai số của các hàm RBF [Nguồn: Nhóm tác giả]; (b) Kết quả tham khảo trong[29]; Kết quả từ lời giải RBF-FDTD mô phỏng bằng MATLAB với (c) Hàm GA, (d) Hàm IMQ, (e) Hàm IQ, (f) Hàm MQ [Nguồn: Nhóm tác giả].

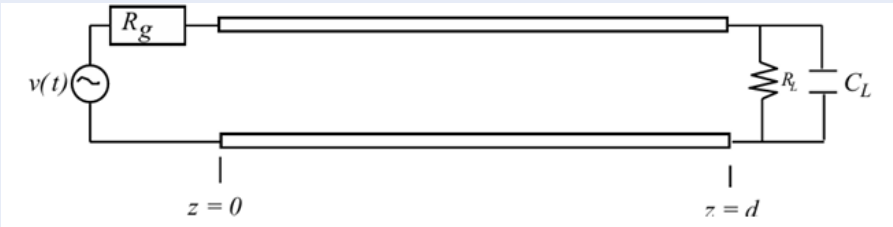
Từ kết quả tính toán cho thấy, phương pháp RBF-FDTD mới và phương pháp tìm hệ số hình dạng tối ưu c đề xuất áp dụng tốt cho mô hình bài toán mạch điện đơn giản. Kết quả điện áp đầu và cuối đường dây bám sát kết quả chụp lại từ[29] với hệ số hình dạng tối ưu c được tính toán xấp xỉ sao cho giá trị sai số RBF là nhỏ nhất, như thể hiện trong Hình 4.a và Hình 5.a.

Trường hợp 2

Mô phỏng cho mô hình đường dây với tải là mạch RC song song như Hình 6., với các thông số như sau:

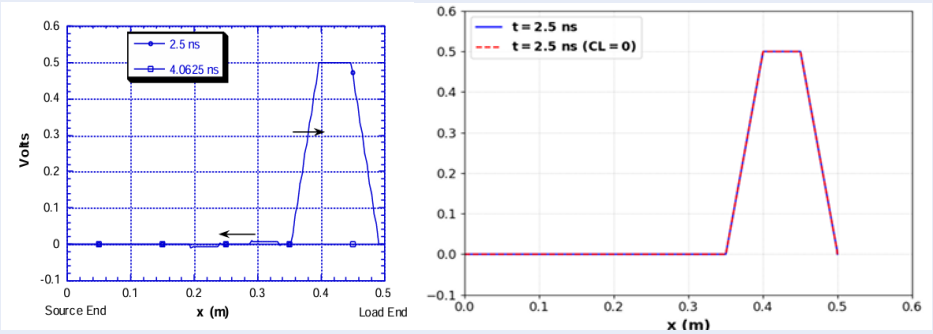
- $C = 100\ \rho F/m$; $L = 250\ nH/m$; $d = 0.5m$;
- $v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2 \times 10^8 m/s$;

- $Z_g = 50\Omega\,;\ Z_L = 50\Omega\,;\ C_L = 0.1pF$



Hình 6: Mô hình đường dây tổn hao với tải RC[29].

Kết quả tính toán điện áp cho mô hình mạch điện RC song song:



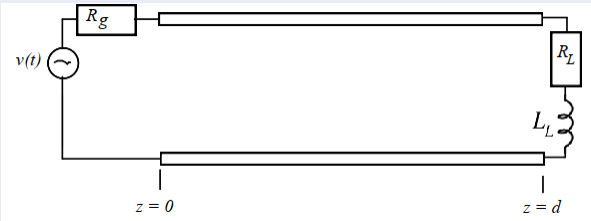
Hình 7: Kết quả điện áp của mạch RC song song: (a) kết quả tham khảo trong[29]; (b) Kết quả từ lời giải RBF-FDTD mô phỏng bằng MATLAB [Nguồn: Nhóm tác giả].

Với mạch RC song song, kết quả cho thấy phương pháp RBF-FDTD mô phỏng rất tốt mô hình mạch RC song song, khi đường cong điện áp thu được bám sát với kết quả tham khảo ở cả phân bố theo vị trí và giá trị đỉnh điện áp.

Trường hợp 3

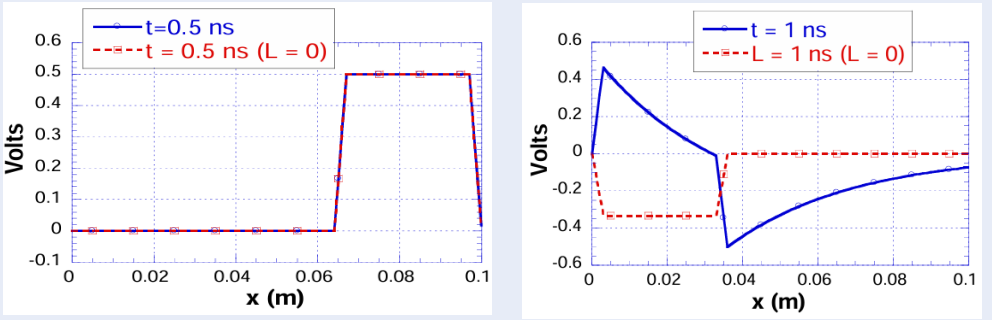
Mô phỏng cho mô hình tải cảm ứng, với các thông số như sau:

- $C = 100\ \rho F/m\ ;\ L = \ 250\ \mu H/m\ (Z_0 = 50\Omega);\ d = 0.1m;$
- $Z_L = 10\Omega\ ;\ L_L = 10n\mathrm{H}\ ;\ R_g = 50\Omega\ ;\ \Delta x = 0.0001m\ ;\ \Delta t = \Delta x/v = 5ps$

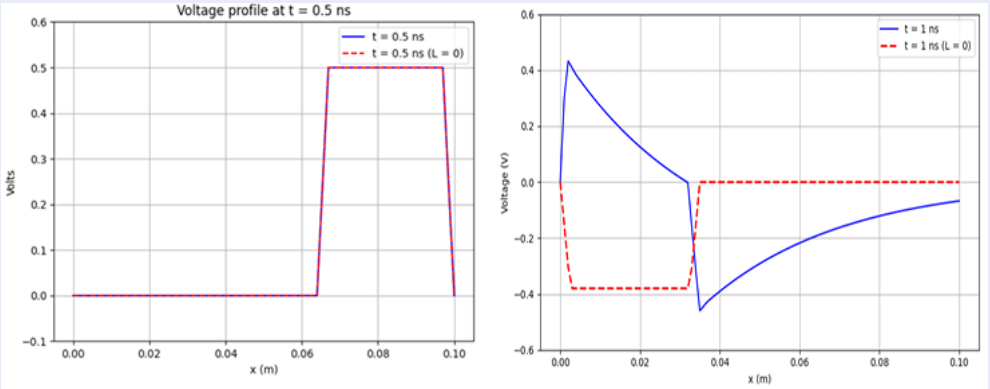


Hình 8: Mô hình đường dây tổn hao với tải RL[29].

Kết quả tính toán bằng phương pháp RBF-FDTD cho điện áp tại tải cảm ứng như trên Hình 9.



(a)



(b)

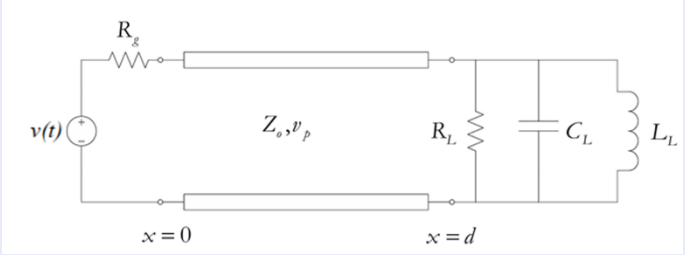
Hình 9: Kết quả điện áp của đường dây truyền tải không đồng nhất với tải RL: (a) kết quả tham khảo trong[29]; (b) Kết quả từ lời giải RBF-FDTD mô phỏng bằng MATLAB [Nguồn: Nhóm tác giả].

Tương tự, kết quả mô phỏng cho thấy phương pháp RBF-FDTD tái hiện chính xác đáp ứng điện áp – dòng của mạch tải RL, với dạng sóng bám sát kết quả tham khảo. Điều này khẳng định khả năng mô phỏng tốt các phần tử cảm thuần và đặc tính quá độ của phương pháp.

Trường hợp 4

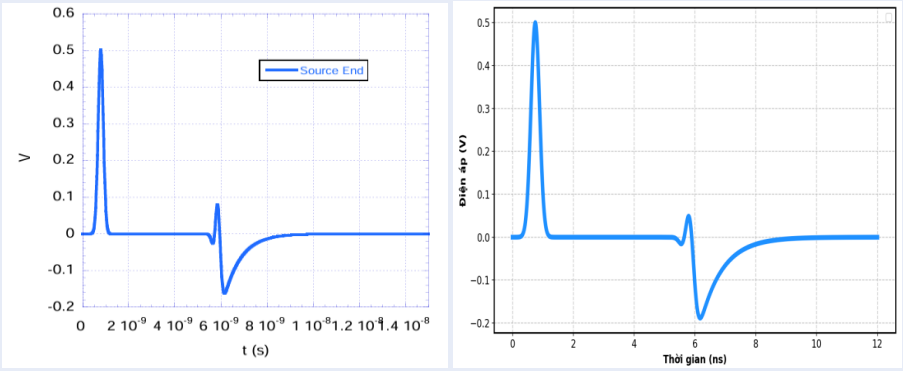
Cuối cùng là mô phỏng cho mô hình đường dây truyền tải tổn hao với tải là mạch RLC song song như Hình 10, với các thông số như sau:

- $C = 100\ \rho F/m$; $L = 250\ nH/m$; $d = 0.5m$;
- $v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2 \times \frac{10^8 m}{s}$; $Z_0 = 50\Omega$
- Giả sử 1 điện áp nguồn $v(t) = e^{-(t-t_0)^2/t_w^2}, t_0 = 0.159ns, t_w = 5t_0$
- Tải: $R_L = 100\Omega$; $L_L = 25.33nH$; $C_L = 1.0pF$
- Bước nhảy: $\Delta t = \frac{v_p}{\Delta x}$



Hình 10: Mô hình đường dây truyền tải không đồng nhất với tải RLC song song[29]

Kết quả tính toán điện áp cho mô hình mạch điện RLC song song:



(a) (b)

Hình 11: Kết quả điện áp của mạch RLC song song: (a) kết quả tham khảo trong[29]; (b) Kết quả từ lời giải RBF-FDTD mô phỏng bằng MATLAB [Nguồn: Nhóm tác giả].

Với mạch RLC, kết quả từ RBF-FDTD thể hiện sự trùng khớp rõ rệt với các phương pháp trước, đặc biệt ở tần số cộng hưởng và đáp ứng quá độ. Điều này chứng minh phương pháp đủ độ chính xác để mô phỏng các mạch có tính dao động phức tạp. Sự trùng khớp về hình dạng và xu hướng biến thiên theo thời gian chứng tỏ phương pháp này đảm bảo độ chính xác cao, đồng thời có tiềm năng thay thế hoặc bổ sung hiệu quả cho các phương pháp truyền thống trong phân tích mạch phân bố.

KẾT LUẬN

Trong nghiên cứu này, một phương pháp mới là RBF-FDTD được áp dụng cho việc giải phương trình truyền sóng đường dây truyền tải có tổn hao. Nghiên này đã đạt được những điểm mới như sau:

- Các xấp xỉ sai phân trong phương pháp FDTD truyền thống đã được thay thế bằng các xấp xỉ hàm RBF.
- Một giải thuật để xác định giá trị tối ưu của thông số hình dáng đã được trình bày. Giải thuật này giúp cho việc lựa chọn chính xác thông số tối ưu và hàm RBF cho việc tính toán để đạt được lời giải có độ chính xác cao nhất.

Do các kết quả tham chiếu không cung cấp giá trị số cụ thể, mà chỉ thể hiện dưới dạng đồ thị dạng sóng.

Vì lý do đó, nghiên cứu chỉ có thể so sánh kết quả theo dạng sóng, đánh giá mức độ trùng khớp giữa nghiệm RBF-FDTD và nghiệm tham chiếu thông qua hình dạng, biên độ và thời điểm xuất hiện các đặc trưng quá độ. Cách tiếp cận này vẫn đảm bảo đánh giá được hiệu quả của phương pháp, đặc biệt trong bối cảnh bài toán không có lời giải giải tích hoặc dữ liệu số chi tiết.

Tuy nhiên, các phát hiện của nghiên cứu vẫn cung cấp một cơ sở lý thuyết về phương pháp số và khả năng áp dụng phương pháp RBF-FDTD cho các bài toán quá độ có cấu

trúc phức tạp hơn, và các bài toán quá độ thực tế trong hệ thống điện như quá độ đường dây và mạng truyền tải, quá độ trên hệ thống nối đất, quá độ do ảnh hưởng của sét,...

DANH MỤC TỪ VIẾT TẮT

FDTD: Finite-Difference Time-Domain

FETD: Finite-Element Time-Domain Method

GA: Gaussians

IMQ: Inverse Multiquadrics

IQ: Inverse Quadrics

MoL: Method of Lines

MQ: Multiquadrics

MQ-FD: Multiquadric Finite Difference

ODE: Ordinary Differential Equation

PDE: Partial Differential Equation

RBF: Radial Basis Function

RBF-DQ: Radial Basis Function - Differential Quadrature

RBF-FD: Radial Basis Function - Finite Difference

RBF-FDTD: Radial Basis Function-based Finite-Difference Time-Domain

TLM: Transmission Line Matrix Method

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu được tài trợ bởi Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh (ĐHQG-HCM) trong khuôn khổ Đề tài mã số: **B2024-20-26**.

CAM KẾT XUNG ĐỘT LỢI ÍCH

Các tác giả xin cam kết rằng không tồn tại bất kỳ xung đột lợi ích nào liên quan đến nghiên cứu, quá trình thực hiện, kết quả thu được hoặc việc công bố bài báo này. Tất cả các nguồn tài trợ, nếu có, đều đã được nêu rõ trong phần Lời cảm ơn và không ảnh hưởng đến nội dung khoa học, phương pháp nghiên cứu hay kết luận của bài báo. Các tác giả hoàn toàn chịu trách nhiệm về nội dung và tính trung thực của toàn bộ kết quả được trình bày.

ĐÓNG GÓP CỦA TÁC GIẢ

- **Vũ Đức Quang:** Xây dựng mô hình toán học và thực hiện mô phỏng số.
- **Nguyễn Xuân Bình:** Xử lý dữ liệu và đánh giá kết quả so sánh với các phương pháp tham chiếu.
- **Nguyễn Nhật Nam:** Phân tích lý thuyết, xây dựng phần mô tả phương pháp và hỗ trợ hoàn thiện các biểu thức RBF-FD.
- **Vũ Phan Tú:** Đề xuất ý tưởng nghiên cứu, phát triển thuật toán RBF-FDTD, Điều phối nghiên cứu, rà soát học thuật, chỉnh sửa bản thảo và hoàn thiện bài báo để gửi đăng.

Tất cả các tác giả đều đọc, đóng góp ý kiến và thống nhất với phiên bản cuối cùng của bài báo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1 Alland Greenwood: 'Electrical Transients in Power Systems' (John Wiley and Sons, 1991).

2 Steven T. Karris: 'Circuit Analysis II with MATLAB Applications' (Orchard Publications, 2003).

3 Jose A. Rosendo Macías, Antonio Gómez Expósito, Alfonso Bachiller Soler: 'A Comparison of Techniques for State-Space Transient Analysis of Transmission Lines', *IEEE Trans. on Power Delivery*, 2005, **20**, (2), pp. 894-903.

4 M. Tang and J. F. Mao: 'Transient Analysis of Lossy Nonuniform Transmission Lines Using A Time-Step Integration Method', *Progress In Electromagnetics Research*, 2007, PIER 69, pp.257–266.

5 Matthew N. O. Sadiku: 'Numerical Techniques in Electromagnetics' (CRC Press, 2001)

6 Clayton R. Paul: "Incorporation of Terminal Constraints in the FDTD Analysis of Transmission Lines", *IEEE Trans. on EMC*, 1994, **36**, (2), pp. 85-91.

7 Lubomír Brančík, Břetislav Ševčík: 'Time-Domain Simulation of Nonuniform Multiconductor Transmission Lines in Matlab', *International Journal of Mathematics and Computers in Simulation*, 2001, **2**, (5), pp. 77-84.

8 Nikolay S. Stoykov, Todd A. Kuiken, Madeleine M. Lowery, Allen Taflove: 'Finite-Element Time-Domain Algorithms for Modeling Linear Debye and Lorentz Dielectric Dispersions at Low Frequencies', *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*, 2003, **50**, (9), pp. 1100-1107.

9 Lei Liu, Xiang Cui, and Lei Qi: 'Simulation of Electromagnetic Transients of the Bus Bar in Substation by the Time-Domain Finite-Element Method', *IEEE Trans. on EMC*, 2009, **51**, (4), pp. 1017-1025.

10 William E. Schiesser, Graham W. Griffiths: 'Method of Lines Analysis with Matlab' (Cambridge University Press, 2009).

11 Quan Shen: 'A meshless method of lines for the numerical solution of KdV equation using radial basis functions' *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2009, **33**, pp. 1171–1180.

12 Christos Christopoulos: 'The Transmission-Line Modeling (TLM) Method in Electromagnetics' (Morgan & Claypool Publishers, 2006).

13 M. Raugi: 'Wavelet Transform Solution of Multiconductor Transmission Line Transients', *IEEE Trans. on Magnetics*, 1999, **35**, (3), pp. 1554-1557.

14 S. Barmada and M.Raugi: 'Transient numerical solutions of nonuniform MTL equations with nonlinear loads by wavelet expansion in time or space domain', *IEEE Trans. Circuits Syst*., 2000, **47**, pp. 1178–1190.

15 George W. Pan: 'Wavelets in Electromagnetics and Device Modeling' (John Wiley and Sons, 2003).

16 Kansa, E.J.: 'Multiquadrics – a scattered data approximation scheme with applications to computational fluid dynamics – Part ii: solutions to parabolic, hyperbolic and elliptic partial differential equations', *Comput. Math. Appl.*, 1990, **19**, (8/9), pp. 147–161.

17 Fasshauer, G.E., Michael McCourt: 'Kernel-based Approximations using Matlab' (World Scientific Publishing Co., 2015).

18 S. L. Ho, S. Yang, J. M. Machado, and H. C. Wong: 'Application of a Meshless Method in Electromagnetics', *Transactions on Magnetics*, 2001, **37**, (5), pp. 3198-3202 .

19 Zhang, Y., Shao, K.R., Guo, Y., et al.: 'An improved multiquadric collocation method for 3-D electromagnetic problems', *IEEE Trans. Magn.*, 2007, 43, (4), pp. 1509–1512.

20 Phan-Tu Vu, Gregory E. Fasshauer, 'Application of Two RBF-Pseudospectral Meshfree Methods to Three-Dimensional Electromagnetic Problems', *IET Sci. Meas. Technol.*, 2011, **5**, (6), pp. 206–210.

21 C. Shu, H. Ding, and K. S. Yeo: 'Local radial basis function-based differential quadrature method and its application to solve two-dimensional incompressible Navier-Stokes equations', *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2003, **192**, pp. 941–954.

22 Yong Yuan Shan, Chang Shu and Ning Qin: 'Multiquadric FiniteDifference (MQ - FD) Method and its Application', *Adv. Appl. Math. Mech*., 2009, **1**, (5), pp. 615-638.

23 Evan F. Bollig, Natasha Flyer, Gordon Erlebacher: 'Solution to PDEs using radial basis function finite-differences (RBF-FD) on multiple GPUs', *Journal of Computational Physics* , 2012, **231**, pp. 7133–7151.

24 Varun Shankar, Grady B. Wright, Robert M. Kirby, Aaron L. Fogelson, "A Radial Basis Function (RBF)-Finite Difference (FD) Method for Diffusion and Reaction–Diffusion Equations on Surfaces," J Sci Comput, 2015, **63**, PP.745–768.

25 Victor Bayona, Miguel Moscoso, Manuel Carretero, Manuel Kindelan, "RBF-FD formulas and convergence properties," *Journal of Computational Physics.* 2010, **229**, pp. 8281–8295.

26 D.-Q. Vu, N.-N. Nguyen, P.-T. Vu *et al.*, ''The rbf-fd and rbf-fdtd methods for solving time-domain electrical transient problems in power systems,'' *International Transactions on Electrical Energy Systems*, vol. 2023, 2023.

27 V. Bayona, M. Moscoso, and M. Kindelan, "Optimal constant shape parameter for multiquadric based rbf-fd method," Journal of Compu tational Physics, vol. 4, p. 7384–7399, May. 2011.

28 G. E. Fasshauer, "Meshfree Approximation Methods with MATLAB". Singapore: World Scientific Publishing, 2007, p. 37.

29 S. Gedney, FDTD Solution of the 1D Transmission-Line Equations. Kentucky: University of Kentucky, 2001.

VNUHCM Journal of Engineering and Technology 2026, 9(3): 3198-3215

Open Access Full Text Article

Research article

Application of the RBF-FDTD Method for the Electrical Transient Analysis of Lossy Transmission Line Models

Vu Duc Quang*, Nguyen Xuan Binh, Nguyen Nhat Nam, Vu Phan Tu

Use your smartphone to scan this QR code and download this article

ABSTRACT

This paper presents a new simulation approach for electromagnetic transient analysis on lossy transmission lines, based on combining the Radial Basis Function-based Finite-Difference Time-Domain (RBF-FDTD). The proposed method overcomes limitations of the traditional FDTD scheme, which relies on Taylor-series-based finite-difference operators, by employing RBFs to construct more flexible and accurate numerical approximations. A new algorithm is introduced to determine the optimal RBF shape parameter, enabling a balanced trade-off between accuracy, numerical stability, and computational efficiency. The algorithm minimizes local approximation error through the use of a weight matrix and Taylor expansion, allowing the optimal parameter to be identified without requiring an exact reference solution. The RBF-FDTD method is validated through multiple transmission-line models under different loading conditions, including resistive, parallel RC, RL, and parallel RLC terminations. Simulation results demonstrate that the method accurately reproduces transient waveforms, closely matching reference solutions in terms of amplitude, reflection timing, and resonant characteristics, while maintaining numerical stability in the presence of losses. Compared with the conventional FDTD method, RBF-FDTD shows clear advantages in modeling nonuniform or distributed-parameter structures where high accuracy in spatial derivative approximation is required. These findings confirm the potential of RBF-FDTD as a powerful and efficient tool for transient analysis in power systems, and highlight its applicability to more complex configurations such as branched transmission networks, grounding systems, and lightning-induced transients.

Key words: Electrical transients, lossy transmission line, FDTD, RBF-FDTD, RBF

Ho Chi Minh City University of Technology, VNU-HCM, Ho Chi Minh City, Vietnam

Correspondence

Vu Duc Quang, Ho Chi Minh City University of Technology, VNU-HCM, Ho Chi Minh City, Vietnam

Email: vdquang.sdh221@hcmut.edu.vn

History

- Received: 13-10-2025
- Revised: 26-03-2026
- Accepted: 24-06-2026
- Published Online: 21-08-2026

DOI : https://doi.org/10.32508/vnuhcmjet.v9i3.1550

Check for updates

Copyright

© VNUHCM Journal. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International license.

Cite this article : Quang V D, Binh N X, Nam N N, Tu V P. **Application of the RBF-FDTD Method for the Electrical Transient Analysis of Lossy Transmission Line Models**. *VNUHCM J. Eng. Technol. 2026; 9(3):3198-3215.*